

スギ柱材の実大圧縮性能 II

— 限界細長比と座屈設計式の提案 —

中谷 浩、秦 正徳、柴 和宏、園田 里見、若島 嘉朗

The Compressive Resistance of Full-scale Sugi Columns

— A Proposal of Critical Slenderness Ratio and the Buckling Design Formula —

Hiroshi NAKATANI, Masanori HATA, Kazuhiro SHIBA, Satomi SONODA, Yoshiaki WAKASHIMA

スギ実大柱の圧縮性能を明らかにするために、様々な細長比（19～113）の柱の座屈試験を行った。結果は以下のように要約される。

1) 細長比 75 以上の柱の座屈応力は、木質構造設計規準に示される基準強度以下の値が多く、危険性が高いと考えられる。これは、ヤング率の低いスギ柱材が存在していたためである。
 2) 座屈応力とヤング率との相関は極めて高い。したがって、弾性座屈では、座屈強度の下限値をスギ材のヤング率下限値を用いて求めるのが適している。
 3) これまで、弾性座屈の限界細長比は 100 とされている。しかし、部材のヤング率が小さい場合は、圧縮強度の比例限度以下の応力レベルで座屈しており、より低い細長比でも弾性座屈していると考えられる。したがって、中間柱の細長比でも、下限値の応力レベルでは弾性座屈で扱えるものと考えられる。

4) 限界細長比は、ヤング率の下限値を用いて計算される座屈応力が圧縮比例限度と一致したときの細長比と考えられる。この方法で得られたスギ柱の限界細長比は 60 となる。

この限界細長比まで、座屈応力の下限値は、ヤング率の下限値を用いて弾性座屈として計算することが可能となる。この条件で得られた座屈応力の下限値は、細長比 78 以上の柱の試験結果とよく一致している。

5) 中間柱の座屈応力は、通常、実験式で評価されており、木質構造設計規準では直線式が用いられている。本実験結果に対して、一般的ないくつかの曲線式を検討した結果、鉄骨構造で用いられている Jhonson 式の適用性が最も優れていた。細長比 $\lambda = 30$ で基準圧縮強度 F 、限界細長比 Λ で比例限度 $(2/3 F)$ に達するものとする、座屈応力 σ_{cr} は、

$$\sigma_{cr} = [1 - (\lambda - 30)^2 / 3 / (\Lambda - 30)^2] F$$

で表される。この式は、試験結果と良く一致していると思われる。

1. はじめに

前報¹⁾では、スギ実大柱の圧縮性能を明らかにすることを目的に、105mm 角、120mm 角スギ柱の座屈試験を行い、座屈耐力に対するオイラー式の適合性の高さを確認した。また、スギ柱材には低ヤング率の材

料が含まれることもあり、短期許容耐力に及ばない柱材の存在が確認され、座屈耐力設計手法の見直しの必要性を指摘した。現在の建築基準法では、曲げや圧縮等の強度性能は信頼水準 75% の 5% 下限値として基準強度を位置づけている。しかし、座屈につ

いては強度的な問題であるにもかかわらず、ヤング率による推定が可能なのもあり、実大データに基づく統計的な下限値として与えられていない。また、ヤング率については従来からは撓みに関する係数としての扱いから、平均値で評価するのが一般的であり、下限値を扱ってはいない。したがって、強度的性質でありながら、曲げ強度等と比べて信頼性が異なる状態となっていると考えられる。

本報告では、様々な細長比を持つスギ柱材の座屈試験を行い、座屈耐力設計法について検討を加えることとした。

2. 試験方法

試験材は、スギ正角乾燥材であり、スパン 270 cm (2 m材以下の試料では 180 cm)、3 等分点荷重法で曲げヤング率 (座屈方向) を測定後、所定の長さにて鋸断して座屈試験に供した。90 mm、105 mm、120 mm、135 mm のスギ正角柱材 (長さ 270 ないし 280 cm)、および 120 mm 正角で長さを 65 cm から 180 cm までの 4 種類を座屈試験材とした。座屈は両端ピン条件で、治具を含む座屈長から細長比 λ は 19 から 113 となる。試験機は鷺宮製作所製、容量 1000 k N の実大強度試験機を用いて圧縮荷重を加えた。変位は、柱中央部の水平変位を測定した。

3. 結果と考察

3.1 スギ柱材の座屈性能

座屈試験の結果を表-1 に一括して示す。座屈応力は、理想的条件で得られる値であり、実験時に最

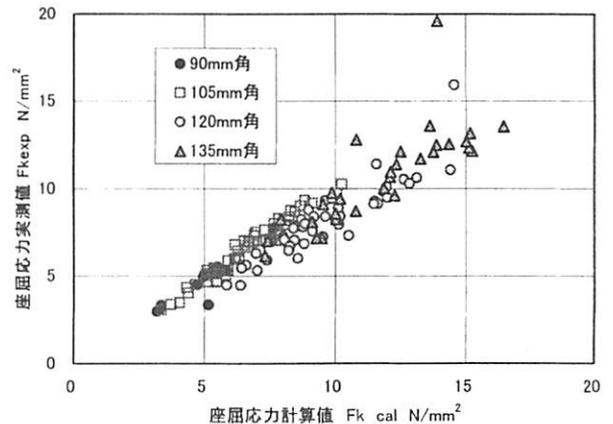


図-1 オイラー式による座屈応力の推定

90mm角柱 (λ 113) $F_{kexp} = F_{kcal} - 0.4 \quad R^2 : 0.86$
 105mm角柱 (λ 101) $F_{kexp} = 1.056F_{kcal} - 0.5 \quad R^2 : 0.95$
 120mm角柱 (λ 88) $F_{kexp} = 0.893F_{kcal} - 0.5 \quad R^2 : 0.82$
 135mm角柱 (λ 75) $F_{kexp} = 0.874F_{kcal} - 0.4 \quad R^2 : 0.64$

大の注意を払おうとも、不特定の偏心の影響を受けざるを得ない。特に、今回の試験では、105、120 mm 角柱で初期曲りが大きい試験体があり、座屈応力 (Fk) への影響に配慮してサウスウェルの手法²⁾で最大応力 (σ_m) を座屈応力に調整することとした。最大荷重からの増加率は 105、120 mm 角で平均 5 % 程度であった。この手法は、中間柱に対しても有効³⁾とされていることから、135 mm、120 mm 角、長さ 2 m 柱でも座屈応力の計算に用いた。

細長比 (λ) 100 以上である 90 mm、105 mm 角柱では座屈荷重とオイラー式による計算値との相関における決定係数 (R^2) は、それぞれ 0.86、0.95 であり、今回の結果からも弾性座屈におけるオイラー式

表-1 座屈試験結果

寸法	n	材長 cm	細長比 λ	ヤング率 E (sd) kN / mm ²	最大応力 N / mm ²	座屈応力 Fk (SD) N / mm ²
90mm 角	10	270	113	6.48 (1.72)	4.38	4.59 (1.42)
105mm 角	56	280	101	7.14 (1.71)	6.19	6.51 (1.65)
120mm 角	43	280	88	7.54 (1.68)	7.73	8.14 (2.08)
135mm 角	30	270	75	6.85 (1.44)	10.20	10.70 (2.71)
120mm 角	30	180	58	7.75 (1.23)	19.03	20.15 (3.31)
"	29	140	48	9.06 (1.73)	23.63	25.72 (5.52)
"	30	110	39	8.28 (1.92)	22.22	24.72 (6.57)
"	23	65	19	7.85 (1.16)	25.08	25.08 (3.52)

n : 試験体数、座屈長は材長 + 25cm

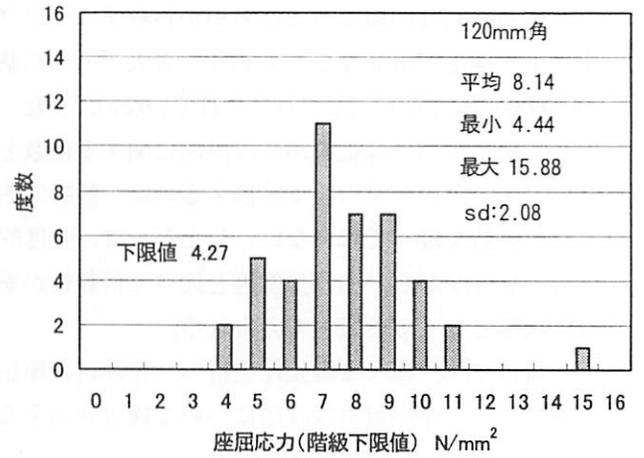
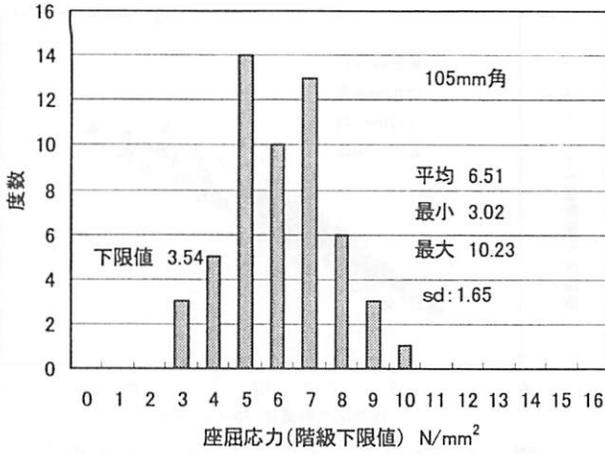


図-2 座屈応力の分布 (105 mm角、120mm 角)

の有効性が確認された。また、中間柱として扱われる細長比 88 (120mm 角) でも R^2 は 0.82、細長比 75 (135 mm角) でも R^2 は 0.64 であり、オイラー式がより低い細長比まで適用できる可能性が認められた (図-1)。荷重と横変位の関係は、前報¹⁾でも示したように初期の曲がり、横変位の発生に大きな影響を与えている。曲がりのほとんど無い、中間柱試験体でも試験体設置や微少な曲がりの影響で座屈が発生しており、細長比 40 の試験体でも最大荷重時には横変位を生じ座屈の発生が確認された。

3.2 座屈荷重の分布

細長比が 101、88 である 105 mm 角柱、120 mm 角柱の座屈応力の分布を図-2 に示す。平均値、下限値は 105 mm 角で 6.51、3.54 N/mm^2 、120 mm 角で 8.14、4.27 N/mm^2 となる。建築基準法においては圧縮強度の基準強度としてスギでは 17.7 N/mm^2 が示されている。座屈応力は圧縮強度に座屈低減係数を掛けて求められる。細長比 100 の座屈応力と細長比 30 を圧縮

強度として、その間を直線で結び、中間柱の座屈を求めることとしている。

各細長比での座屈基準強度を座屈低減係数から求めてみると、細長比 101 (105 mm 角) では 5.1 N/mm^2 であり、細長比 88 (120 mm 角) では 7.4 N/mm^2 が得られる。しかし、本来、基準強度の根拠となるべき下限値を実験結果から求めると、図-2 ではそれぞれ 3.54、4.27 N/mm^2 であり、現実のスギ柱材の座屈応力はかなり低い値となっている。短期座屈許容応力度を基準強度の 2/3 とすると、短期許容応力度以下の座屈性能の柱が存在するわけであり、設計上極めて問題が大きいいといえる。

この原因として、前報¹⁾でもヤング率の関わりを指摘した。木質構造設計規準⁴⁾ (以下、設計規準) では細長比 100 以上に関しては弾性座屈としてオイラー式を適用するとともに、 $E = 300 F_c$ (E : ヤング率、 F_c : 圧縮強度) の関係式を用いてヤング率を圧縮強度に変換して、短柱から長柱までの座屈設計式としている。

森林総合研究所による強度データ集⁵⁾ でみると、スギの圧縮強度は平均 28.9 N/mm^2 、標準偏差 5.7 N/mm^2 ($n: 700$) であり、この値から正規分布と仮定して下限値を求めると、圧縮基準強度はほぼ妥当な数値と考えられる。一方、スギ材のヤング率は平均 7.00 kN/mm^2 、標準偏差 1.68 kN/mm^2 ($n: 5260$) が示されている。平均値の近くでは $E = 300 F_c$ 式の関係がほぼ良好な関係にあると考えられる。下限値に相当する圧縮強度の基準強度 17.7 N/mm^2 に相当するヤング率は、この式から $E = 5.31 kN/mm^2$ となるが、実際のスギ材のヤング率分布から正規分布と仮定し

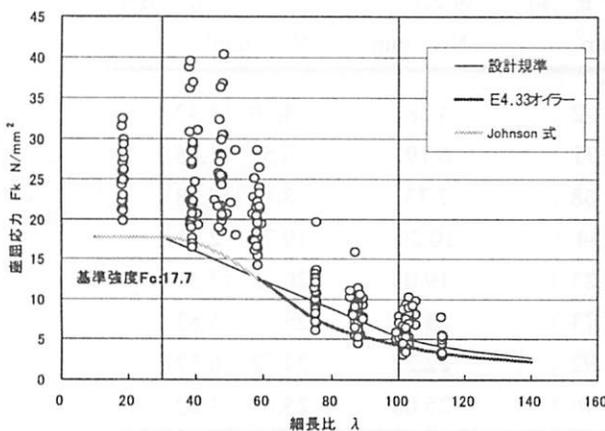


図-3 細長比と座屈応力

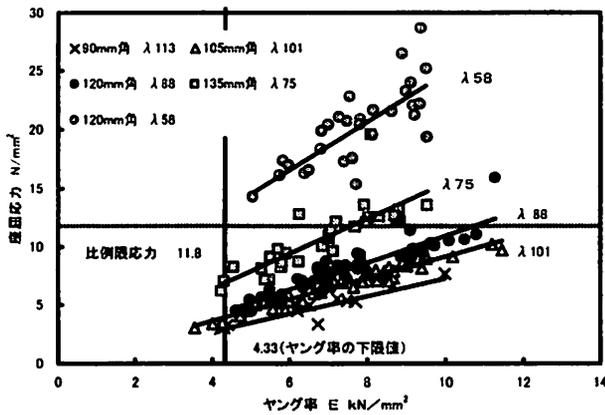


図-4 ヤング率と座屈応力の関係

て計算される下限値は、4.33 kN/mm² にすぎない。このため、ヤング率の影響を強く受ける細長比では、座屈応力の下限値が、設計期待値に比べて危険側の値になっているものと考えられる。

また、細長比と座屈応力の関係を一括して図-3に示した。設計基準の座屈設計式を用いて、基準強度の線を示しているが、短柱に近い部分は適正とみられるが、細長比 75 以上では、基準強度線以下の試験体が 5% 以上認められ、かなり危険側の結果となっていると考えられる。

3.3 限界細長比

一般に弾性座屈となる限界の細長比（限界細長比）は 100 とされており、それ以下の細長比では塑性座屈になるとされているが、ヤング率と座屈応力の関係を示した図-4 から、スギ圧縮材の限界細長比は 60 と見なせることを既報⁶⁾で示した。

これは、ヤング率と座屈応力の関係が細長比 75 程度でも、密接な相関関係を保っていることと、かつ比例限度応力と見なし得るスギの圧縮基準強度の 2/3 (11.8N/mm²) 以下の座屈応力では弾性座屈と考えられるためである。仮に 11.8N/mm² を弾性座屈応力の限界とすると、細長比 88 では全てが弾性座屈であり、細長比 75 では試料のヤング率によって、弾性座屈と塑性座屈に分かれていることになる。細長比が減少するにつれ相関係数も低下しつつ、塑性座屈に移行していくものと考えられる。

座屈応力にも圧縮強度と同様に下限値の考え方をとると、弾性座屈ではヤング率の下限値から得られる座屈強度を用い、塑性座屈では実大強度データによる下限値を用いるのが適当と考えられる。また、中間柱ではヤング率の小さい部材では弾性座屈、大

きくなるにつれて塑性座屈が主体になってくると考えられる。したがって、中間柱でも座屈応力の小さい下限値のレベルでは弾性座屈が主体と考えられる。

図-4 の場合では、スギ材のヤング率の下限値 4.33 kN/mm² 時に、圧縮強度の比例限度 (11.8N/mm²) に達する細長比を限界細長比と考えれば、スギでは限界細長比として 60 が得られる。この限界細長比まで、弾性座屈として座屈応力の下限値をヤング率の下限値を用いて計算することが可能と考えられる。中間柱におけるヤング率の分布と座屈応力の分布が

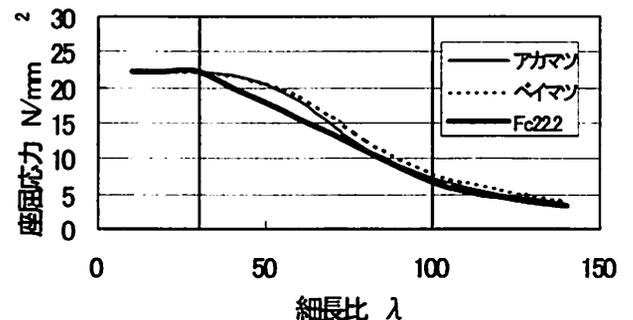
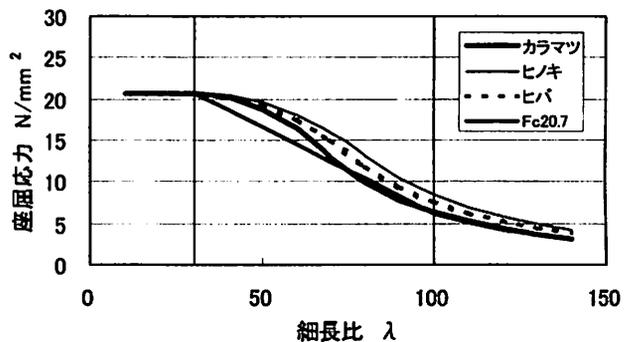
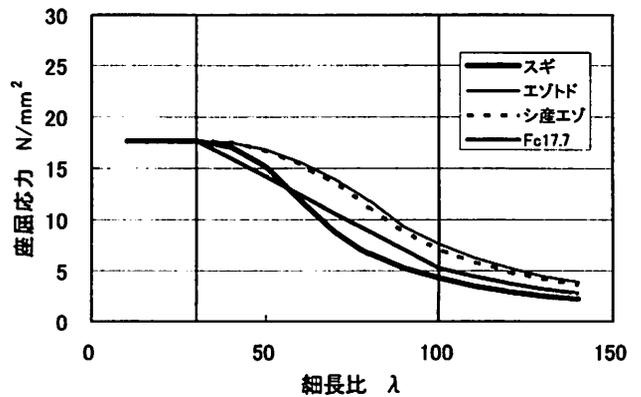


図-5 各樹種における設計座屈応力の試算

必ずしも一致しているとは思われないが、圧縮強度とヤング率の間にも高い相関が存在していることを考えると、中間柱でも十分な適用性はあるものと考えられる。

この考え方を基に図-3には細長比60まで、ヤング率の下限值4.33 kN/mm²を用いてオイラー式を適用した下限値ラインとしての座屈応力基準値を示したが、従来の設計規準式に比べて、細長比78以上の座屈応力の下限値を適切に表現しているものと考えられる。

3.4 設計規準式の提案

短柱として与えられている細長比30以下の基準強度は、図-3でみるように適正な位置にあると考えられる。設計規準では、限界細長比100と短柱である細長比30までを直線で連結しているが、今回のように細長比60までもオイラー式を適用すると直線では連続性が損なわれてくる。塑性座屈である中間柱では実験式で結ぶのが一般的なことから、いくつかの公式の適用を試み、適用性の優れた公式として放物線式であるJhonson式⁷⁾が得られた。

この式は、鉄骨構造でも利用されており、限界細長比(Λ)は弾性座屈応力が基準圧縮強度(F)の60%に達するときの細長比に等しいとして、細長比 $\lambda=0$ で、座屈応力 $\sigma_{cr}=F$ 、 $\lambda=\Lambda$ で $\sigma_{cr}=0.6F$ を満足する放物線を求めて

$$\sigma_{cr} = [1 - 0.4 (\lambda/\Lambda)^2] F$$

としている。

同様の考え方にたち、かつ従来の設計規準を参考に、細長比 $\lambda=30$ で基準圧縮強度 F 、限界細長比 Λ で比例限界力に達するとして $2/3 F$ とすると

$$\sigma_{cr} = [1 - (\lambda - 30)^2/3 / (\Lambda - 30)^2] F$$

が得られる。本式を適用した場合の本実験における設計式と試験結果の関係を図-3に併せて示しているが、曲線の連続性、試験結果の適合性ともに良好と考えられる。

他の樹種に対しても同様の手法で、ヤング率の下限值に基づく限界細長比とJhonson式を用いて計算した結果を表-2、図-5に示す。実際の試験結果との関係は今後を待たねばならないが、曲線的な連続性は妥当のように見受けられる。全体として、設計規準との関係を見ると、人工林が盛んで低ヤング率部材の存在するスギが最も危険側にあったようであり、他の樹種では概ね、より高めの設計座屈応力を与えるものと思われる。

4. まとめ

スギ柱材の圧縮性能を明らかにするために、様々な細長比の条件での座屈試験をおこなった。座屈に関しては、ヤング率を用いてオイラー式で得られる耐力の整合性が高いこともあり、中間柱に関する実験がこれまで主に行われてきた。しかし、前報で示したように、特にスギでは低ヤング率部材の存在もあり、座屈耐力は、これまでの耐力評価方式では危険側の評価となることが明らかとなった。また、許

表-2 各樹種の限界細長比

	平均		ヤング率 E		K	下限値 kN/mm ²	圧縮強度 Fc		限界細長比 Λ
	平均 kN/mm ²	標準偏差 kN/mm ²	変動係数 %	試験体数			基準 N/mm ²	Fc*2/3 N/mm ²	
スギ	7.13	1.688	23.7	4491	1.661	4.33	17.7	11.8	60.1
エゾマツ	11.47	1.732	15.1	248	1.714	8.50	17.7	11.8	84.3
トド	9.90	1.254	12.7	251	1.714	7.75	17.7	11.8	80.5
エゾトド	10.22	1.491	14.6	499	1.693	7.70	17.7	11.8	80.2
シ産エゾ	10.53	1.958	18.6	371	1.701	7.20	17.7	11.8	77.6
ベイツガ	9.41	1.751	18.6	207	1.721	6.40	19.2	12.8	70.2
カラマツ	9.17	1.638	17.9	850	1.681	6.42	20.7	13.8	67.7
ヒノキ	10.92	1.435	13.1	879	1.681	8.51	20.7	13.8	78.0
ヒバ	9.87	1.318	13.4	463	1.695	7.64	20.7	13.8	73.9
アカマツ	11.03	2.162	19.6	440	1.696	7.36	22.2	14.8	70.0
ベイマツ	11.87	2.143	18.1	329	1.705	8.22	22.2	14.8	74.0

K: 信頼限界係数、シ産エゾ、シベリア: シベリア産エゾマツ、

データは強度性能研究会「製材品の強度性能に関するデータベース」データ集(3)に基づく

容応力度の体系が変わり、基準強度が導入されたが、座屈耐力では従来方式を継承しており、ヤング率が関わるものの信頼水準や下限値の扱いがなされていないことから、許容応力度の信頼水準が他の強度性能と異なるものとなっている。

今回の報告では、ヤング率の下限値を用いて、座屈応力の下限値を誘導することが妥当であること、さらに下限値の計算では従来の中間柱レベルまで弾性座屈で計算可能であることを明らかにした。また、塑性座屈レベルの細長比では、直線式よりもJhonson式の適合性が高いことを提案した。今後、座屈耐力設計にも他の強度性能と同じ信頼水準を持つような設計体系に整理することが必要と考えられる。

参考文献

- 1) 中谷浩、秦正徳、スギ柱材の実大圧縮性能、富山林技セ研報No.14、P89-93、2001
- 2) チモシェンコ、材料力学、東京図書、p257-261、1971
- 3) 杉山英男、木構造、彰国社、p79-93、1968
- 4) 木質構造設計規準・同解説、日本建築学会、P167-171、2002
- 5) 強度性能研究会、製材品の強度性能に関するデータベース データ集 (3)、P56、1999
- 6) 中谷浩、秦正徳ら、スギ柱材の座屈と限界細長比、日本建築学会大会学術講演梗概集 (構造Ⅲ)、P63-64、2001年
- 7) 島津孝之、鋼構造、森北出版、p34-40、2000

Summary

We carried out a buckling test of columns with various slenderness ratios (19~113), in order to clarify the compressive performance of Sugi columns. Results are summarized as follows.

- 1) In some columns with 75 or greater slenderness ratio, the buckling stress did not reach the basic buckling stress calculated in the wood structural design standard, and this is dangerous results. Low buckling stress appeared, because some Sugi columns have a low Young's modulus.
- 2) Buckling stress has a close correlation with Young's modulus. Therefore, it is suitable to derive the lower limit strength of buckling stress by use of the lower limit of Young's modulus in elastic buckling.
- 3) The critical slenderness ratio for elastic buckling is recognized as 100. We thought, however that columns with a low Young's modulus also buckle elastically at more lower ratios, because they buckle at lower stress than the proportional compressive strength. Accordingly, it appears that buckling of some intermediate columns behave elastically at the lower limit stress level.
- 4) The critical slenderness ratio is considered to be the ratio when the buckling stress is calculated from the lower limit of Young's modulus equal to the proportional compressive stress (11.8N/mm²). The critical slenderness ratio of Sugi columns thus obtained was 60. Up to this ratio, the lower limit of buckling stress is derived from the well known Euler formula with using the lower limit of Young's modulus, and agreed well with the experimental results of columns when the slenderness ratio was more than 78.
- 5) Generally, buckling stress for intermediate columns is estimated by experimental formula, such as a standard linear equation for Structural Design of Timber Structure. For the intermediate column, we examined the fitness of some curve lines from experimental results. As the results, the Jhonson's formula for steel frame structure was applicable for the said column.

Assuming the basic strength F of a slenderness ratio 30 and the proportional stress ($2/3 \times F$) in critical slenderness ratio Λ , buckling stress is described as

$$\sigma_{cr} = [1 - (\lambda - 30)^2 / 3 / (\Lambda - 30)^2] F$$

This formula is well in agreement with the examination results.